

Nepravi integrali

63. Določite deficijsko območje funkcije $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$. Potem pa izračunajte naslednji integral, in razložite geometriški pomen

$$\int_{-1}^2 \underbrace{\frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}}_{=f(x)}.$$

Zaporedje funkcij. Enakomerna konvergenca.

64. Zaporedje funkcij $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano s predpisom

$$f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = 2x + \frac{x}{n}.$$

- (a) Določite limitno funkcijo $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$.
- (b) Ali je limitna funkcija $f(x)$ zvezna na $[0, 1]$? Odgovor podrobno obrazložiti!
- (c) Preverite, ali je $(\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x))' = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n'(x)$ za vse $x \in [0, 1]$.
- (d) Preverite, ali je $\int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx$.

65. Dano je zaporedje funkcij $f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ s predpisi $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$. Določi limitno funkcijo in ugotovi, ali zaporedje konvergira enakomerno na $[a, \infty)$, kjer je $a > 0$. Ali zaporedje konvergira enakomerno na $[0, \infty)$?

66. Zaporedje funkcij $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ je podano s predpisom

$$f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = \frac{1}{2}x^n.$$

- (a) Proti kateri funkciji konvergira funkcijsko zaporedje $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ na $[0, 1]$?
- (b) Ali je konvergenca iz (a) enakomerna?

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:

<https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html>.

NA ISTI STRANI LAHKO BRALEC NAJDE VSE REŠITVE PODANIH NALOG.